The G.R.B. code

Jérôme Guilet, Raphaël Raynaud, Matteo Bugli

24 juillet 2018

1 Résumé

Pour produire des courbes de lumière associées à la coalescence de deux étoiles à neutrons, le code G.R.B. utilise un modèle adapté des travaux de Sun et al. (2017) qui suppose que l'objet compact formé est un magnétar qui perd de l'énergie par un phénomène de freinage magnétique induit par la composante dipolaire du champ magnétique de l'étoile. L'évolution temporelle de la fréquence de rotation de l'étoile est déterminée par le couple magnétique du rayonnement du dipôle

$$\Omega(t) = \frac{\Omega_0}{(1 + t/\tau_{\mathrm{em}})^{1/2}}, \tag{1}$$

où $\tau_{\mathrm{em}} = 3c^3 I/(B^2 R^6 \Omega_0^2)$ est le temps caractéristique de ralentissement, I, R et B étant le moment d'inertie, le rayon et le champ magnétique dipolaire de l'étoile à neutrons. On suppose que le rayonnement X est produit par dissipation interne dans le vent du magnétar et émis de façon isotrope (Zhang, 2013). La luminosité en rayons X est alors déterminée par la luminosité de ralentissement du dipôle, modulo un facteur d'efficacité η

$$L_X = \eta L_{\mathrm{dip}}(t) = \eta \frac{B^2 R^6 \Omega^4(t)}{6c^3} \,. \tag{2}$$

Le magnétar central résultant de la fusion de deux étoiles à neutrons, il faut également tenir compte de la présence d'éjecta opaques résiduels qui vont d'abord absorber ce rayonnement dans certaines directions et le ré-émettre avec un spectre de corps noir. Le calcul des courbes de lumière dans la zone où le rayonnement est initialement piégé requiert donc de déterminer l'évolution dynamique des ejecta. On utilise dans ce cas le modèle de Yu et al. (2013), qui prend en compte l'injection d'énergie par le magnétar central et le chauffage additionel par désintégration d'éléments radioactifs.

Enfin, précisons que cette approche phénoménologique permet de comparer simplement différentes équations d'état qui déterminent le rayon R, le moment d'inertie I et la période critique de rotation du magnétar en deçà de laquelle l'objet s'effondre en trou noir. Cette période P est reliée à la masse maximale d'une étoile à neutrons par la relation (Lasky et al., 2014)

$$M_{\max} = M_{\mathrm{TOV}}(1 + \alpha P^{\beta}) \,, \tag{3}$$

où la masse maximale d'une étoile statique M_{TOV} et les exposants α et β sont donnés par les modèles d'équation d'état (Ai et al., 2018). Lorsque l'étoile s'effondre en trou noir du fait du ralentissement de sa rotation, on suppose que la luminosité due au vent du magnétar s'arrête abruptement.

2 Equations

We consider a magnetar of radius R, mass M, moment of inertia I and surface magnetic field B, surrounded by an accretion disc with initial mass M_{disc} and radius R_{disc}. The time evolution of the magnetar angular frequency Ω will be determined both by the magnetic and accretion torques N_{dip} and N_{acc}, defined respectively by

$$N_{\mathrm{dip}} = -\frac{\mu^2 \Omega^3}{6c^3} \,, \tag{4}$$

$$N_{\mathrm{acc}} = n(\Omega) \, (GM r_{\mathrm{m}})^{1/2} \, \dot{M} \,, \tag{5}$$

where $\mu = BR^3$ is the dipole moment and r_{m} the Alfvén radius

$$r_{\mathrm{m}} = \mu^{4/7} \, (GM)^{-1/7} \, \dot{M}^{-2/7} \,. \tag{6}$$

Depending of the values of the Alfvén radius and the corotation radius $r_{\mathrm{c}} = \left(GM/\Omega^2\right)^{1/3}$, the system will be accreting or expelling material: if $r_{\mathrm{m}} < r_{\mathrm{c}}$, the system is accreting and the accretion torque spins up the magnetar, whereas for $r_{\mathrm{m}} > r_{\mathrm{c}}$ the magnetar loses angular momentum with the expelled material — the so-called propeller regime (Gompertz et al., 2014). The change of sign of the accretion torque is handle by the following prefactor

$$n(\Omega) = \begin{cases} 1 - \left(\dfrac{r_{\mathrm{m}}}{r_{\mathrm{c}}}\right)^{3/2} & r_{\mathrm{m}} > R \\ 1 - \dfrac{\Omega}{\Omega_{\mathrm{K}}} & r_{\mathrm{m}} < R \end{cases} \,, \tag{7}$$

where $\Omega_{\mathrm{K}} = \sqrt{GM/R^3}$.

- BAR MODE INSTA
- accretion rate
- ejecta

The complete ODE system to be integrated in time is then (Sun et al., 2017)

$$\dot{\Omega} = \frac{N_{\rm dip} + N_{\rm acc}}{I}\,, \tag{8}$$

$$\dot{t}' = \mathcal{D}(\Gamma)\,, \tag{9}$$

$$\dot{\Gamma} = \frac{(L_{\rm dip} + L_{\rm ra} - L_e) - \frac{\Gamma}{\mathcal{D}}(\xi L_{\rm dip} + L_{\rm ra} - L_e) + \Gamma\mathcal{D}\frac{E'_{\rm int}}{3V'}(4\pi R^2\beta c)}{M_{\rm ej}c^2 + E'_{\rm int}}\,, \tag{10}$$

$$\dot{E}'_{\rm int} = \mathcal{D}\left[\tfrac{1}{\mathcal{D}^2}(\xi L_{\rm dip} + L_{\rm ra} - L_e) - \tfrac{E'_{\rm int}}{3V'}(4\pi R^2\beta c)\right]\,, \tag{11}$$

$$\dot{V}' = 4\pi R^2\beta c\mathcal{D}\,, \tag{12}$$

$$\dot{R} = \frac{\beta c}{1-\beta}\,. \tag{13}$$

In the above system, $\mathcal{D}$ is the Doppler factor defined by $\mathcal{D} = [\Gamma(1-\beta\cos\theta)]^{-1}$ with $\beta(\Gamma) = (1-\Gamma^{-2})^{-1/2}$ and ξ an efficiency parameter defining the fraction of the spin-down energy that is used to heat the ejecta. The different luminosities that enter the equations are the dipole spin-down luminosity $L_{\rm dip}$, the co-moving radiative heating luminosity $L_{\rm ra}$ and the co-moving bolometric emission luminosity of the heated electrons L_e, respectively

$$L_{\rm dip} = \frac{B^2R^6\Omega(t)^4}{6c^3}\,, \tag{14}$$

$$L_{\rm ra} = 4\times10^{49}M_{\text{ej,-2}}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\arctan\left(\frac{t' - 1.3\,\mathrm{s}}{0.11\,\mathrm{s}}\right)\right]^{1.3}\mathcal{D}^2\,, \tag{15}$$

$$L'_e = \begin{cases} cE'_{\rm int}\frac{\Gamma}{\tau R} & t < t_{\tau=1} \\ cE'_{\rm int}\frac{\Gamma}{R} & t \geq t_{\tau=1} \end{cases}\,. \tag{16}$$

Optical depth of the ejecta

$$\tau = \kappa\frac{M_{\rm ej}}{V'}\frac{R}{\Gamma} \tag{17}$$

Blackbody spectrum

$$T' = \begin{cases} \left(\dfrac{E'_{\rm int}}{aV'\tau}\right)^{1/4} & \tau > 1 \\ \left(\dfrac{E'_{\rm int}}{aV'}\right)^{1/4} & \tau \leq 1 \end{cases}\,, \tag{18}$$

$$\nu L_{\rm bb} = \frac{8\pi^2\mathcal{D}^2R^2}{h^3c^2}\frac{(h\nu/\mathcal{D})^4}{\exp\left(h\nu/\mathcal{D}kT'\right) - 1}\,. \tag{19}$$

where a and k are respectively the blackbody radiation constant and the Boltzmann constant [1].

1. In CGS units, we have $a = 7.5646\times10^{-15}\,\mathrm{erg\,cm^{-3}\,K^{-4}}$ and $k = 1.380\,658\times10^{-16}\,\mathrm{erg/K}$.

The main output of the code are the X-ray luminosities for both the free and trapped zones

$$L_{\mathrm{X,free}}(t) = \eta L_{\mathrm{dip}}(t)\,, \tag{20}$$

$$L_{\mathrm{X,trapped}}(t) = e^{-\tau}\eta L_{\mathrm{dip}}(t) + \int_{0.3\,\mathrm{keV}}^{6\,\mathrm{keV}} \nu L_{\mathrm{bb}} d\nu\,. \tag{21}$$

where one needs to introduce the factor η to parametrize the efficiency at which the dipole spin-down luminosity is converted to X-ray luminosity.

— magnetar collapse

The code has been benchmark against the results of Gompertz et al. (2014).

Bibliography

Ai, S., Gao, H., Dai, Z.-G., et al. 2018, ArXiv e-prints, arXiv:1802.00571

Gompertz, B. P., O'Brien, P. T., & Wynn, G. A. 2014, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 438, 240

Lasky, P. D., Haskell, B., Ravi, V., Howell, E. J., & Coward, D. M. 2014, Physical Review D, 89, 047302

Sun, H., Zhang, B., & Gao, H. 2017, The Astrophysical Journal, 835, 7

Yu, Y.-W., Zhang, B., & Gao, H. 2013, The Astrophysical Journal, 776, L40

Zhang, B. 2013, The Astrophysical Journal, 763, L22